



“SIGA OS EXEMPLOS” DOS ALUNOS: APRENDIZAGENS EM AULAS EXPLORATÓRIO-INVESTIGATIVAS NO 4º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Maiza Lamonato¹

Departamento de Metodologia de Ensino (DME)
Universidade Federal de São Carlos (UFSCar)
Prefeitura Municipal de Ribeirão Preto

Cármem Lúcia Brancaglioni Passos²

Departamento de Teorias e Práticas Pedagógicas (DTPP)
Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGE)
Universidade Federal de São Carlos (UFSCar)

Resumo

Trata-se, aqui, de uma pesquisa com abordagem qualitativa, que objetiva analisar as aprendizagens de uma professora e de seus alunos a partir de aulas exploratório-investigativas com conteúdo geométrico, desenvolvidas em um 4º ano do Ensino Fundamental. A professora participava de um curso de formação contínua, e parte das aulas realizou-se junto com a primeira autora deste artigo, que era formadora no referido curso. Os dados foram constituídos em videogravações e respectivas transcrições, narrativas orais e escritas da professora, diários de campo da pesquisadora, registros escritos dos alunos e fotografias. O diálogo com a literatura teve como interlocutores diversos estudos que tratam da exploração-investigação matemática em aulas do Ensino Fundamental e da aprendizagem do professor adulto, sujeito de sua permanente formação. O foco da análise deu-se em três atividades desenvolvidas. Os resultados apontam que, para os alunos, houve aprendizagens de conteúdos geométricos, envolvendo conceitos de figuras geométricas planas, o uso da régua e novos modos de participação em um contexto de argumentação e negociação de significados, permeados pela oralidade e pela escrita. Para a professora, as aprendizagens centraram-se nos modos de conduzir tais aulas, favorecendo a participação das crianças para questionar e argumentar sobre as suas próprias produções ou de seus colegas;

¹ Licenciada em Matemática e Pedagogia com Mestrado e Doutorado em Educação pela UFSCar. Tem experiência docente na Educação infantil, no Ensino Fundamental e Médio e atua na formação inicial e contínua de professores de Matemática. Suas pesquisas focam as aprendizagens de professores ao aprender e ensinar matemática.

E-mail: mlamonato@fortuna.jard.com.br.

² Licenciada em Matemática (PUC-Campinas), com Mestrado e Doutorado em Educação pela UNICAMP. Docente do Departamento de Teorias e Práticas Pedagógicas da Universidade Federal de São Carlos–UFSCar, lecionando no curso de Pedagogia. Docente do Programa de Pós-Graduação em Educação - UFSCar - Linha de Pesquisa Educação em Ciências e Matemática. E-mail: carmen@ufscar.br.



e relacionaram-se à sua autonomia para escolher as atividades e gerenciar o tempo em sala de aula.

Palavras-chave: Atividades exploratório-investigativas; Aprendizagens docentes; Ensino de crianças – geometria; Matemática – anos iniciais do Ensino Fundamental.

"FOLLOW THE EXAMPLES" OF STUDENTS: LEARNING IN EXPLORATORY-INVESTIGATIVE ACTIVITIES IN THE 4TH GRADE OF ELEMENTARY SCHOOL

Abstract

The aim of this study was to evaluate the learning of a teacher and her students in classes with exploratory-investigative geometrical content, developed in the 4th year of primary education. The teacher participated of a continuous training course. The first author of this article, who was the course trainer, took part in some of those classes. Data were composed by videotapes and its transcriptions, teacher's oral narratives and notes, researcher appointments, and students' appointments and pictures. The study was based on the literature about explorative-investigative mathematics researches in classes of primary education, and about teacher learning, a subject of permanent formation. The data analysis was focused on three different developed activities, and the results showed the students' learning of geometrical contents with concepts of plane geometric figures, the use of the ruler, and new ways of participation in a context of oral and written discussion and negotiating of concepts. On the other hand, the teacher focused her activities on a better way of guiding those classes, allowing the children participation by asking about and discussing their own or their peer's productions. Her learning was also related to her autonomy to choose the activities and manage time in classroom. We empathize that classes about plane geometric figures can be based on examples made by the very students, in opposition to learning based on pre-printed illustrations.

Key words: Exploratory-investigative activities; Teacher learning; Children Education — geometry; Mathematics – elementary school.

"SIGA OS EXEMPLOS" DOS ALUNOS: APRENDIZAGENS EM AULAS EXPLORATÓRIO-INVESTIGATIVAS NO 4º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Introdução

Este texto apresenta e estende a análise dos dados constituídos na pesquisa de doutorado da primeira autora, orientada pela segunda. O estudo foi conduzido pela questão "Quais aprendizagens da professora e de



seus alunos são reveladas a partir de atividades exploratório-investigativas de geometria em aulas no 4º ano do Ensino Fundamental?”.

Na primeira parte do texto, apresentaremos o contexto de constituição dos dados, os objetivos e o delineamento da pesquisa. Posteriormente, em três seções, discutiremos e analisaremos os dados e, finalmente, na última parte, exporemos nossas conclusões e considerações finais do estudo.

Desde 2004, no Brasil, emergem pesquisas de pós-graduação cujo foco é a exploração-investigação matemática (ou tarefas investigativas ou atividades exploratório-investigativas, dependendo da opção de seus autores), desenvolvidas com um ou mais alunos da Educação Básica, mesmo que, em alguns casos, as análises estejam voltadas para as aprendizagens docentes. Assim, podemos enumerar: Baccarin (2008), Bertini (2009), Calhau (2007) Lamonato (2007) e Macena (2007). Ainda envolvendo alunos da Educação Básica, mencionamos aquelas que foram desenvolvidas sobre a própria prática do professor-pesquisador: Abreu (2008), Castro (2004), Déchen (2008), Gomes (2007) e Lima (2006). Além destas, Costa (2008) estudou os processos de provas e validações em matemática escolar com atividades de investigações geométricas em diferentes mídias, num ambiente de dimensão colaborativa. Em síntese, todas são dissertações de mestrado que indicam que as atividades exploratório-investigativas podem estar presentes nas aulas de matemática desde a Educação Infantil até o Ensino Médio, tanto na modalidade de ensino regular quanto na Educação de Jovens e Adultos. Entretanto, as possibilidades das atividades exploratório-investigativas para a aprendizagem de matemática dependem da interação entre os participantes (alunos e professores), da dinâmica estabelecida em sala de aula, das tarefas apresentadas, dos conteúdos contemplados, bem como das experiências e das expectativas dos envolvidos.

Dentre as pesquisas anteriormente citadas, apenas Bertini (2009) envolveu a aprendizagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, especificamente com características de pesquisa-ação, desenvolvida com a professora e os estudantes de uma 3ª série de uma escola pública municipal. A pesquisadora e a professora da sala estudaram, prepararam e refletiram sobre as tarefas desenvolvidas com os alunos, que não incluíam conteúdos geométricos. Em suas conclusões, a pesquisadora aponta que as atividades contribuíram para as aprendizagens de conteúdos matemáticos e para o desenvolvimento, nos alunos, de autonomia e respeito ao outro. O trabalho em parceria com a pesquisadora e a atitude reflexiva da professora minimizaram as limitações das atividades investigativas nos anos iniciais e permitiram sua superação.

A tese cujos dados sustentam a pesquisa aqui apresentada – que contemplou atividades com conteúdos geométricos – investigou potencialidades formativas da exploração-investigação matemática para o conhecimento do professor e suas práticas.



Delineamento da pesquisa e bases teórico-metodológicas

O objetivo principal é identificar aprendizagens da professora Natália e de seus alunos, ocorridas a partir de atividades em sala de aula do 4º ano do Ensino Fundamental, tendo como foco as intervenções docentes que culminaram em aulas exploratório-investigativas, caracterizadas pela argumentação, pela comunicação e pela negociação de significados.

Os dados foram constituídos em uma escola pública municipal do Ensino Fundamental, em uma cidade do interior paulista, e compartilhados pela professora e/ou pela primeira autora deste texto em um curso de formação contínua planejado por nós, com a participação da referida professora e de outras seis, com interesse no ensino de matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Além de Natália, mais quatro delas atuavam nesse nível de ensino. No referido curso, a primeira autora atuou como formadora³.

Os encontros do curso iniciavam-se com a apresentação de tarefas que considerávamos exploratório-investigativas com conteúdos geométricos, elaboradas por nós. As atividades decorrentes centravam-se, num primeiro momento, em observar e explorar a situação apresentada; eram seguidas pela proposição de questões ou problemas a investigar; e envolviam, posteriormente, a proposição de conjecturas, a busca de provas e justificações. Tais atividades eram permeadas pela socialização dos resultados: as professoras dialogavam, “pensavam alto”, questionavam e convenciam-se a si próprias e às demais de suas conclusões. Essa dinâmica caracteriza, conforme Fiorentini (2006, p. 29), as aulas exploratório-investigativas:

[...] aquelas que mobilizam e desencadeiam, em sala de aula, tarefas e atividades abertas, exploratórias e não diretivas do pensamento do aluno e que apresentam múltiplas possibilidades de alternativa de tratamento e significação. Essas aulas servem, geralmente, para introduzir um novo tema de estudo ou para problematizar e produzir significados a um conceito matemático. Dependendo da forma como essas aulas são desenvolvidas, a atividade pode restringir-se apenas à fase de explorações e problematizações. Porém, se ocorrer durante a atividade, formulação de questões ou conjecturas que desencadeiam um processo de realização de testes e de tentativas de demonstração ou prova dessas conjecturas, teremos, então, uma situação de investigação matemática.

Essa forma de trabalho não considera o conhecimento matemático como algo acabado e pronto para ser conhecido na sua forma mais polida, mas leva em conta a riqueza da exploração e dos diversos caminhos possíveis durante a aprendizagem. Conforme defendem Freire e Faundez (1985), o conhecimento inicia-se com uma pergunta, e aprender a perguntar é a base do conhecimento, a tarefa primeira na atividade matemática.

³ Utilizamos a expressão “formador”, referindo-nos ao professor de professores ou ao planejador da tarefa. Excluímos do significado desta palavra a ideia de que o formador é o sujeito exclusivo da ação de “formar” outra pessoa.



As atividades exploratório-investigativas são caracterizadas pela diversidade de ideias e estratégias. Embora a atividade não avance para uma situação de investigação propriamente dita, não se busca “a resposta certa”, antecipadamente esperada por quem elaborou a tarefa, mas espera-se que os envolvidos explorem possibilidades e, se a atividade exploratória evoluir para uma situação de investigação, pretende-se que, após a elaboração e o teste de conjecturas, os participantes provem, justifiquem e debatam seus resultados e considerações.

Por terem sido os dados obtidos em um contexto de formação contínua, as atividades não se encerravam com a exploração-investigação com conteúdos matemáticos nem se limitavam a ela, mas incidiam em problematização e reflexão sobre as práticas docentes das professoras e as mobilizavam a planejar aulas, tendo, como ponto de partida, a curiosidade sobre como seus alunos se envolveriam em atividades de mesma natureza. Conforme dispõem Placco e Souza (2006, p. 17), “[...] a aprendizagem do adulto resulta da interação entre adultos, quando experiências são interpretadas, habilidades e conhecimentos são adquiridos e ações são desencadeadas”. As professoras não tinham obrigação alguma de apresentar aos alunos as tarefas preparadas por nós, pesquisadoras, pois o curso foi elaborado e desenvolvido com o pressuposto de que o professor é autor de sua própria formação e partem dele a iniciativa e a necessidade de estar em permanente formação (NACARATO; PAIVA, 2006). E, conforme defende Freire (1996), ensinar exige, entre outras coisas, a consciência do inacabamento, a reflexão crítica sobre a prática e a tomada consciente de decisões. Além disso, o cronograma dos encontros era flexível, de modo que as professoras podiam se estender em uma atividade mais do que o tempo inicialmente previsto ou, ainda, podiam discutir temas relacionados ao ensino de geometria ou questões que as preocupavam no desenvolvimento de seu trabalho profissional.

Em decorrência da vivência das professoras nos encontros, seus interesses, necessidades e compromissos profissionais provocaram o planejamento e o desenvolvimento, com seus alunos, de atividades caracterizadas por diversos aspectos da exploração-investigação matemática.

Em alguns desses casos, também houve a participação da primeira autora deste texto nas aulas, a convite das professoras, como ocorreu em parte das atividades aqui analisadas⁴. Em outros casos, as professoras fizeram o planejamento parcial ou integral das aulas no curso e, nos encontros seguintes, socializaram as atividades, por meio de narrativas orais e/ou escritas, acompanhadas de registros produzidos por seus alunos.

Nesse sentido, a pesquisa aqui apresentada foi realizada com abordagem qualitativa, reconhecendo a não neutralidade do pesquisador e a constituição das compreensões, em uma trajetória em que estas e os meios de obtê-las podem ser (re)configurados (GARNICA, 2004). Ainda, como acrescentam Bogdan e Biklen (1999, p. 50): (a) o investigador é o instrumento

⁴ Nesse caso, durante o texto, manteremos os verbos conjugados na primeira pessoa do plural referindo-se às ações desenvolvidas, em sala de aula, pela primeira autora e pela professora Natália. Nos casos em que isso não ocorreu, serão explicitados os sujeitos das orações.



principal e a fonte de dados é natural; (b) o entendimento e o contexto são instrumentos-chave; (c) a investigação tem caráter descritivo, procurando-se manter a riqueza e a sutileza dos dados; (d) o foco de interesse são os processos em sobreposição ao resultado final e aos produtos; (e) os dados tendem a ser analisados de forma indutiva: “as abstrações são construídas à medida que os dados particulares que foram recolhidos se vão agrupando”; e (e) é dada importância vital ao significado atribuído pelos participantes.

Os instrumentos de constituição dos dados contaram com videogravações e transcrições dos encontros com o grupo de professoras; e com diários de campo na forma narrativa que, conforme Bogdan e Biklen (1999, p. 150), trazem “[...] o relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa no decurso da recolha e refletindo sobre os dados de um estudo qualitativo”. Além disso, durante as atividades do curso, foram feitos registros escritos e narrativas, pelas professoras, registros escritos pelas crianças e fotografias.

As narrativas foram entendidas duplamente: com o sentido formativo e o investigativo. Concordamos com Freitas e Fiorentini (2007), com referência a Carter (1993), que a narrativa é um modo de produzir sentido à experiência pelo próprio autor (aspecto formativo) e um modo de investigar a experiência (aspecto investigativo).

De todos os dados constituídos, neste artigo analisamos três situações desenvolvidas na sala de aula com Natália e seus alunos: “São quadrados?”, “São retângulos?” e “São triângulos?”.

São quadrados?

A primeira das aulas foi planejada nos diálogos com as demais professoras no grupo, partindo da necessidade de Natália de trabalhar as figuras geométricas planas. Nessa aula, Natália solicitou a participação da primeira autora, pois isso facilitaria a narrativa posterior que seria compartilhada no grupo e poderia ampliar as reflexões sobre o ocorrido. Para as crianças, a tarefa foi apresentada, na lousa, com o seguinte enunciado: *Em uma página de papel quadriculado, faça três quadrados diferentes*. No início da aula, os alunos, organizados em seis grupos de três ou quatro, receberam uma folha de papel quadriculado e foram esclarecidos de que, ao final, haveria um debate sobre as figuras construídas. Foi explicada a necessidade de eles observarem e fazerem perguntas para os colegas durante a tarefa, porque, dessa forma, conseguiriam ter elementos para explicar o que tinham feito no grupo. Essa conversa inicial foi importante, pois os alunos puderam ter clareza de nossos objetivos e da trajetória da aula. Ao visitar os grupos, vimos que as crianças demonstravam cuidados ao fazer seus quadrados e davam explicações aos colegas; nós conversávamos com eles para entender o que estavam desenhando e para provocar reflexões e ampliação dos resultados que estavam obtendo.

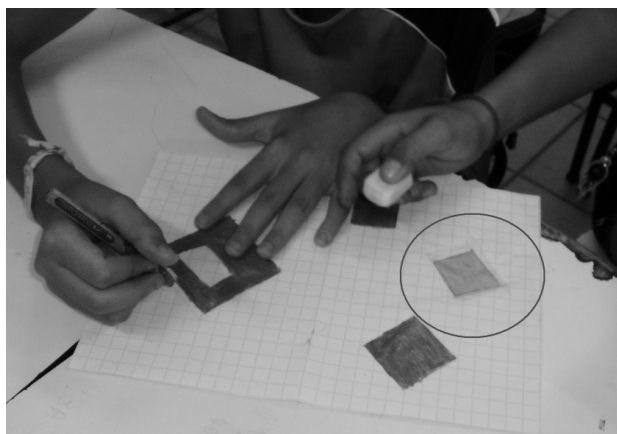
Natália ficou surpresa quando os alunos fizeram quadrados com lados não justapostos às linhas do papel quadriculado (conforme pode ser

observado na Figura 1), o que diferia da expectativa das demais professoras, quando realizaram essa tarefa no grupo. Para Natália:

O grupo [de alunos] que fez os quadrados não apoiados nas linhas do quadriculado me surpreendeu. O esperado era que todos aproveitassem o quadriculado para fazerem os quadrados. Na minha visão, era o mais óbvio e fácil a ser feito.

A abertura da tarefa permitiu que as crianças mobilizassem seus conhecimentos sobre o conceito de quadrado, pois estavam procurando construir um quadrilátero que tivesse os lados congruentes, mesmo que ainda não tivessem como explicitar preocupações quanto à congruência dos ângulos internos. Havia a preocupação de que o quadrado desenhado fosse diferente do que o colega já tinha feito. Percebemos que desenhavam o contorno do quadrado e depois pintavam o espaço interior, o que, nesse processo, levou-as a analisar se o contorno já feito correspondia a elementos conceituais de quadrado. Na Figura 1, podemos observar que um aluno procura lapidar seu desenho com uma borracha, de modo que este atenda às características por ele consideradas para ser um quadrado.

Figura 1 – Crianças desenhando quadrados em uma página de papel quadriculado.



Fonte: Fotografia de nossa autoria

Natália destacou que seus alunos não utilizaram o papel quadriculado como referência de medida ou mesmo como suporte para o traçado, mas recorreram à régua. Nesse caso, evidenciamos que algumas crianças utilizavam a régua incorretamente, tendo o um ("1") como ponto de partida, mas considerando seu valor como se fosse zero ("0"). Por exemplo: se iniciassem a medida de um segmento no "1" e terminassem no "3", elas diziam que o segmento media três centímetros. A professora registrou:

Como os alunos estavam no 4º ano e já tinham familiaridade com a régua, eu imaginava que já era um conhecimento que eles tivessem. Foi uma descoberta perceber que eles não faziam uso correto da régua. Por estarmos atentas e presentes nos grupos, foi possível intervir imediatamente ensinando o uso correto da régua para as crianças. (Narrativa escrita da professora Natália.)



Após todos os grupos terem feito seus quadrados, no momento de socialização, colamos as seis folhas na lousa, seguindo a orientação (paisagem, retrato ou outra) dada pelas crianças. Ao todo, tínhamos 19 figuras. A posição de uma das folhas, a pedido dos alunos, foi alterada durante as discussões, deixando-a com as bordas do papel não paralelas às da lousa. Assim procedemos à análise de cada uma das figuras feitas por eles.

Durante o debate, os alunos rejeitaram dois retângulos não quadrados, questionando seus autores. Houve reconhecimento, por parte deles e da turma, de que aquelas figuras não eram quadrados. Algumas figuras, devido ao tamanho e à cor, foram analisadas mais de perto por alunos, que se dirigiram à lousa para conferir se as medidas dos lados eram congruentes: contavam os quadradinhos ou utilizavam a régua como instrumento de medida. Com isso, houve o reconhecimento, pela turma, da necessidade de congruência nas medidas dos lados, para ser quadrado. Diante das figuras que “pareciam” quadrados, foi possível perceber que as crianças demonstravam rigor ao analisar os trabalhos de seus colegas: foram exigentes nas medidas e apresentaram questionamentos.

Nós gerenciávamos o debate, pedindo que cada um apresentasse seu ponto de vista para todos e que os demais pudessem ouvi-lo. Os alunos foram atenciosos com nossa solicitação nesse sentido, uma vez que havia sido combinado e justificado no início das aulas.

Durante essas discussões, houve a afirmação de alguns alunos de que aqueles quadrados, com os lados não paralelos às bordas da folha e da lousa, não seriam quadrados, mesmo com a garantia de seus autores de que as medidas dos lados eram iguais. Diante disso, ficou uma dúvida geral sobre como poderia haver figuras com lados de mesma medida que não eram quadrados. A discussão estava tomando os rumos que pretendíamos. Então, questionamos os alunos: se eles estavam dizendo que, para ser quadrado, tinha que ter os lados de mesma medida; e, se aqueles tinham lados congruentes, por que não seriam quadrados? Um dos alunos, mostrando a sua régua, argumentou que aqueles quadrados que estavam com os lados não paralelos às bordas se pareciam com aquelas figuras (losango) da régua geométrica. Com isso, o impasse se manteve, e perguntamos se poderíamos mudar a posição da folha na lousa. Ao dizerem que sim, Natália colou-a com os lados dos quadrados paralelos às bordas da lousa. Naquele momento, foi unânime a concordância de que se tratava de um quadrado.

Natália continuou a discutir com eles se as figuras das demais folhas se manteriam quadrado, caso mudasse a posição das folhas, girando, por exemplo. Os alunos confirmaram que as figuras que já eram quadrados se manteriam quadrados. Então, apresentamos-lhes um quadrado desenhado em uma página de papel quadriculado com os lados não paralelos às bordas. Ao movimentá-lo, antes de afixar a folha na lousa, todos concordaram que era quadrado e que a posição não importava.

Depois disso, mostramos um losango não quadrado desenhado no papel quadriculado, sem qualquer lado paralelo à borda da folha. O mesmo aluno que comentou sobre a régua geométrica afirmou que aquela figura,



“agora”, não era quadrado. Ao perguntarmos o porquê, ele fez gestos representando os dois lados superiores adjacentes e movimentou as mãos, de modo que pudemos perceber que ele se referia ao ângulo agudo formado por aqueles lados. Esse aluno, com as mãos unidas pelos seus dedos médios, fez movimentos indicando aumento na medida do ângulo agudo. Procurando interpretar a representação geométrica do aluno, expressa por gestos, apoiamos quatro canetas de mesmo comprimento sobre aquele losango não quadrado e questionamos “*Como assim? Vem mostrar!*”. O aluno pegou duas canetas, alterou o ângulo e disse: “*o quadrado é mais aberto e aí está mais fechado*”.

Com isso, as discussões avançaram para as primeiras noções de ângulos, e pudemos concluir com eles que não bastava ter quatro lados congruentes para ser quadrado, mas que os ângulos também precisavam ser “retos”. A tarefa e a forma com que as discussões foram conduzidas permitiram aos alunos compreenderem para além do aspecto figural do quadrado, caminhando para a compreensão do seu aspecto conceitual (FISCHBEIN, 1993).

Durante a comunicação na sala de aula, evidenciada no episódio descrito, a professora Natália desempenhou um papel de regulação que conduziu a turma à compreensão conceitual. Ponte e Serrazina (2000, p. 1) destacam que o professor “precisa saber ouvir com atenção as ideias dos alunos e pedir-lhes que as clarifiquem e justifiquem”.

Tivemos a oportunidade de discutir com as crianças ideias relacionadas ao conceito de ângulo e de como os lados devem estar posicionados entre si para formarem um quadrado. Assim, por meio de discussões, as crianças chegaram a duas condições necessárias para um paralelogramo ser quadrado: lados paralelos congruentes e os quatro ângulos internos retos. Nos registros dos alunos, solicitados ao final da aula, ficaram evidentes os conteúdos aprendidos e eles revelaram que conseguem utilizar suas próprias palavras para escrever sobre conteúdos matemáticos: “Eu já sabia que os quadrados precisavam ter quatro lados iguais, mas aprendi sobre os ângulos, os 4 lados do quadrado devem ter o mesmo ângulo senão, não é um quadrado.” (Aluno Bru.).

Além disso, também ficou evidente, em vários registros, que a posição de uma figura no plano não é atributo para classificá-la: “Eu aprendi que não importa a posição que o quadrado está. E o quadrado tem que ter os quatro lados iguais e os cantinhos também”. (Aluna Mar.)

O uso de vocabulário matemático fez-se necessário e foi oportuno. Com nossas explicações, muitos alunos demonstraram entender e passaram a utilizar as palavras “congruentes”, “ângulo” e “reto”. As crianças tiveram oportunidades para elaborar argumentos para os exemplos que elas mesmas criaram. A necessidade de argumentos “mais fortes” foi marcante nessa aula, caracterizando uma dinâmica em que coexistiram exemplos, contraexemplos, registros escritos e discussão oral.

A expressão escrita favorece a organização do pensamento, a reflexão e a sistematização de conhecimentos. Os alunos não tiveram que



repetir uma definição de quadrado que lhes foi dada: utilizaram suas próprias palavras e representações e discutiram aspectos do conceito. Isso difere das características geralmente observadas nas escritas dos alunos, conforme apontaram Ponte e Serrazina (2000, p. 1-2): “[...] de um modo geral, a produção escrita dos alunos tende a ser muito limitada, reduzindo-se com frequência à simples realização de cálculos necessários para obter a solução dos exercícios e problemas”. Como estes mesmos autores afirmaram, no entanto, os registros escritos dos alunos podem desempenhar um papel importante no ensino e na aprendizagem de Matemática, a partir da redação de composições, com suas ideias e relatórios, que revelem como desenvolveram um problema ou uma investigação.

Natália sublinhou sua surpresa com os registros escritos das crianças:

Me surpreendeu que, mesmo com as dificuldades deles, eles conseguiram expressar alguma coisa. Alguns conseguem se expressar mais, tudo o que a gente viu. Tem alguns que conseguem expressar pelo menos alguma coisinha que aprendeu. Eu achei que foi bem diferente. Eles iam escrevendo, eu ia falando: mas é só isso? E eles: não né, tem aquele cantinho assim.

A leitura do professor sobre os registros de seus alunos pode fornecer-lhes elementos para sua intervenção e para melhor conhecê-los. Para os alunos, a produção de registros escritos com conteúdo matemático possibilita comunicação e reelaboração conceitual. Assim, a ampliação do conhecimento que o professor tem de seus alunos pode ocorrer a partir da análise e da avaliação dos registros de suas atividades matemáticas. Para Nacarato et al. (2009, p. 114),

[...] produzir textos nas aulas de matemática é desenvolver a habilidade de comunicação escrita, dividindo, assim, um espaço constantemente predominado pela comunicação oral. Apenas a oralidade não garante atingir os objetivos que traçamos em nossos planos de aula; por isso, partindo do desenvolvimento de outra habilidade de comunicação, é possível integrar duas disciplinas: língua portuguesa e matemática, de maneira significativa para os alunos. [...] Assim, ao aluno é dada uma função para o texto que deverá produzir, pois ele deve ter ciência de que toda escrita pressupõe um leitor e que uma produção mal-elaborada pode levar o leitor ao não entendimento da mensagem que se deseja transmitir.

A interlocução professor-aluno em aulas de matemática pode ter a comunicação escrita como um meio de aprendizagem para ambos. Em seus registros, os alunos podem revelar o que sabem e o que pensam sobre conceitos e procedimentos matemáticos. Para o professor, além do olhar sobre o que seus alunos demonstram conhecer, a escrita pode favorecer a definição do que ainda precisa ser feito ou retomado e do que pode ser aprofundado ou priorizado. Com isso, o próprio professor também tem elementos do que



precisa melhor conhecer e das demandas de sua prática. Cristovão (2006) destaca que os registros permitem intervenções e retomada do trabalho e são recursos para as reflexões e as investigações do professor sobre o processo vivido e sobre suas práticas.

A necessidade de escrever, dialogar, questionar e argumentar aumentou o rigor dos alunos: passaram a ser detalhistas e críticos em relação às representações com que se deparavam. Natália contou-nos que isso foi transferido para outras situações e deu ênfase às suas aprendizagens. Observamos, no excerto a seguir, que, enquanto professora que aprende com os seus alunos, ela enfatiza, ao falar, “*Para a Natália, a professora*”. Isso evidencia o olhar para si, explicitando reflexões que foram produzidas ao narrar o episódio vivido:

Sabe que, depois, eu estava trabalhando relógio com eles. [...] Eu pedi para eles fazerem um relógio que a gente pudesse ficar manipulando. Aí eles falaram: pode fazer um relógio quadrado? Porque eles não tinham instrumento para fazer um relógio redondo. Eu falei: pode. E a preocupação deles para ficar reto! Então foi muito legal. Tinham alguns que falavam, “Esse seu relógio não está quadrado, olha aí”.

Com as medidas, antes eles não se preocupavam muito em usar a régua para ter medida correta e agora sim. Tudo eles querem medir e conferir.

Para Natália, a professora, serviu para ela ver que ela dá pouca voz aos alunos e que às vezes a gente tem tanta coisa para fazer que a gente não para para fazer atividades nas quais eles possam argumentar, estar se expressando de formas diferentes, por eles mesmos. Porque são atividades que demandam tempo. Para a gente chegar na construção do conceito do quadrado a gente demorou duas aulas. E a gente acha que não tem esse tempo. A gente acha isso e prefere trazer pronto. [...] A gente precisa observar no dia a dia, porque às vezes a gente é cobrada por coisas que não é o mais importante. A gente tem que bater o pé e fazer o que é mais importante. A gente acaba podendo esses momentos para dar conta de tudo. São atividades demoradas, você dá espaço para o aluno, demanda às vezes, até eles te pegarem de calças curtas, não saber responder na hora, lembrar de pesquisar, lembrar de trazer, aí retomar, retomar tudo de novo. Pega mais de uma aula. Ao mesmo tempo você percebe que vai deixando isso esquecido. Aí quando você tem isso, você percebe a importância. A gente tenta dar conta de tudo e não dá conta de nada. A gente percebe que tem coisas que tem que parar, pensar e priorizar.

Se, para os alunos, houve aprendizagens, para Natália também, pois, concordando com Freire (1996, p. 23), “quem forma se forma e re-forma ao formar e quem é formado forma-se e forma ao ser formado” — as aprendizagens são construídas em mão dupla, sem hierarquias. Para Natália, a experiência levou-a a repensar sua conduta profissional: fazer tudo o que lhe é

pedido ou decidir a partir das necessidades de seus alunos, como o fez? Esta professora reivindica autonomia para decidir os rumos de suas aulas a partir das necessidades de seus alunos, ponderando que algumas atividades que demandam tempo maior podem ser mais importantes do que aquelas impostas para fazer rotineiramente.

Os questionamentos elaborados por Natália sobre sua própria prática incidiram na continuidade das aulas, cujos dados constituem a próxima seção.

Dos quadrados para os retângulos: ampliando o debate e redefinindo posturas em “São retângulos?”

Após “São quadrados?”, Natália desenvolveu uma atividade com a mesma dinâmica da primeira, envolvendo retângulos, cujo enunciado da tarefa foi análogo ao anterior: “*Em uma página de papel quadriculado, faça retângulos*”. Durante o debate, a partir das figuras feitas pelos alunos, a professora pôde ampliar o vocabulário e acrescentar novos conceitos (“lados paralelos”), discutir as características dos retângulos e colocar em pauta a inclusão dos quadrados na classe dos retângulos. Ao gerir a participação dos alunos na comunicação em sala de aula, o professor “[...] toma constantes decisões – o que deve ser aprofundado, quando se devem introduzir convenções matemáticas e linguagem matemática, quando se deve fornecer informação, quando deve deixar os alunos lutarem com uma dada dificuldade, etc.” (PONTE; SERRAZINA, 2000, p. 1). Nesse sentido, Natália interveio nas investigações dos alunos sobre exemplos e características dos retângulos, num momento oportuno: um dos alunos fez um retângulo de dimensões 6 cm por 7 cm. Ao afixar, na lousa, a página de papel quadriculado no qual a figura estava desenhada, os demais perceberam que parecia ser um quadrado e foram conferir. Segundo Natália,

A gente sentou para falar então o que seria um retângulo. Eles falaram: “o lado da figura na frente do outro tem que ser igual e o outro lado da frente igual ao outro”. Eu falei que isso significava que os lados eram paralelos.

“Então, coloca aí, tia, que para ser retângulo, os lados paralelos têm que ter a mesma medida”.

Aí chegaram de novo nos cantinhos, que os cantinhos eram iguais. Que também têm que ser retos senão não é [retângulo]. Que os cantinhos têm que ser retos, iguais aos do quadrado. A linha tem que ser reta... E tem quatro lados.

Eu peguei e desenhei um quadrado na lousa. Falei: “esse lado é paralelo a esse?” Eles: “É”. “E esse desse?” (Representando, com gestos, como o fez.) “É”. “Esse é igual a esse?”. “É.”. “Esse é igual a esse?” “É.” “Tem quatro lados?” “Tem.” “A linha está reta?” “Está.” “Os cantinhos são iguais?” “São.” “Então é um retângulo?” Aí: “É...” “Não é...” “É...” “Não é...” (rindo)



“É um quadrado, tia.” “Mas, não tem as mesmas coisas?” “Tem, mas os quatro lados são iguais.” “É, mas os lados são paralelos e são iguais.”

Aí eles ficaram pensando, pensando, (com cara de estranheza, como se imitasse seus alunos).

Eu falei: “então, eu vou contar um segredo para vocês: o quadrado é um retângulo também. Porque vocês estão vendo que ele tem as mesmas especificidades do retângulo”. Eles: “ham, ham”. Eu: “então, é um retângulo especial? Por quê?” Eles: “porque tem os quatro lados iguais”.

Na hora de escrever, eles: “especifi... Tia, o que você falou mesmo?”

“Especificidade, característica”.

Aí teve uma [criança] que eu nem falei e escreveu: aspectos.

O diálogo estabelecido entre Natália e seus alunos contemplou a inclusão dos quadrados na classe dos retângulos, quando eles perceberam que tanto quadrados quanto retângulos têm ângulos internos congruentes e retos e os lados paralelos congruentes. Mesmo observando que as crianças atribuíram corretamente características comuns aos retângulos e aos quadrados, Natália interveio, apresentando-lhes um quadrado e analisando-o sob as condições postas para uma figura ser retângulo. Segundo Ponte e Serrazina (2000, p. 5), “[...] na resolução de um problema, os professores devem explorar as sugestões dos alunos, ajudá-los a avaliar as sugestões dos colegas e refletir criticamente sobre elas, levantando objeções e implicações”. Assim, era necessário que os alunos percebessem que, ao caracterizarem o retângulo, poderiam incluir os quadrados nessa mesma classe de figuras, e, assim, também precisariam decidir suas posições e entendimentos com relação a isso.

A exploração-investigação matemática pressupõe que o professor participe da atividade com seus alunos, oriente-os e faça o necessário para que estes prossigam, naqueles momentos em que os conhecimentos que já trazem e suas ações possam não ser suficientes. Para o professor, o desenvolvimento de atividades investigativas pode ser fonte para suas aprendizagens e para os modos de participar na atividade das crianças.

Foi importante o papel da professora no episódio. Os diferentes saberes dela fundamentaram suas ações, de modo que ela fornecesse outras informações e esclarecesse as dúvidas das crianças. Ponte et al. (1998) destacam os papéis do professor em aulas investigativas: desafiar, apoiar, avaliar, dar informação, promover a reflexão e pensar matematicamente com seus alunos. Natália destacou que a dinâmica estabelecida na aula anterior favoreceu a aula seguinte, permitindo que ela e seus alunos tivessem consciência e segurança do processo desenvolvido, o que incidiu em maior participação das crianças e um melhor aproveitamento do tempo. Tal como na aula anterior, o debate de ideias, no qual as crianças tiveram que solicitar ou apresentar argumentos, ocorreu com a sala toda e não nos pequenos grupos.

Além do envolvimento com a dinâmica estabelecida, Natália mencionou que os alunos trouxeram aprendizagens em relação aos conteúdos

já tratados e demonstraram curiosidade quanto ao que ainda não sabiam. Finalmente, para sistematizar o que foi feito, a professora optou por elaborar um texto coletivo com as crianças. Ela nos contou:

Eu nem precisei ficar falando muito da posição dessa vez. Eu fui perguntando e eles: “ah, tia, não precisa, se virar não importa a posição, é que nem no quadrado”.

Eu não tinha pensado que ia chegar em “paralelo” e depois em “adjacente”.

Outro dia, eles falaram: “tia, coloca uma palavra difícil agora!”.

Eu achei legal a retomada, de estar fazendo a reescrita, porque, além de ter sido uma oportunidade de rever conceitos, retomar e reexplicar, até para quem não tinha ido à aula (alunos novos), deu para esclarecer aqueles que estavam com dúvidas ainda.

A gente colocou todas as características do retângulo e por fim a gente falou: “se além dessas características, a figura ainda tiver todos os lados iguais, aí é um quadrado”.

A vivência com a exploração-investigação matemática e o contexto formativo desenvolvido no grupo suscitou a curiosidade de Natália, levando-a a planejar atividades para seus alunos. As reflexões sobre como eles se envolveram nelas incidiram na redefinição de uma dinâmica de aula na qual as crianças puderam investigar conteúdos geométricos e a professora, sua própria prática. Dessas experiências, sobressaíram as posturas investigativas como um propício meio de ensino e aprendizagem de matemática e a necessidade de registros escritos como uma estratégia para sistematizar os conceitos envolvidos e o que foi aprendido no debate em sala de aula. Assim, a exploração-investigação não parou por aí. Na próxima seção, analisaremos a atividade “São triângulos?”.

“São triângulos?”: da expectativa do conhecido para novas surpresas

A aula “São triângulos?” foi solicitada pelos alunos quando fizeram o texto coletivo anterior, antes mesmo de nosso planejamento. Diante disso, preparamos uma tarefa sobre triângulos, mantendo a dinâmica das anteriores. Estávamos curiosas para saber quais tipos de triângulos as crianças fariam.

Nas atividades anteriores, os alunos tiveram o início da exploração enquanto estavam nos grupos, e ela se concluiu e avançou para os questionamentos e as justificativas durante o debate. De modo diferente, na aula cujos conteúdos centrais foram triângulos, o levantamento de questões deu-se em vários dos pequenos grupos. Essa ampliação da investigação dos alunos nos surpreendeu, uma vez que, a princípio, pensávamos que a atividade pudesse ser mais rápida por eles já a conhecerem. Dessa vez, nos grupos, eles não se detiveram em exemplos, apenas, mas iniciaram a proposição de questões e preocuparam-se em questionar e argumentar. Segundo Natália,

[...] eles começaram a questionar enquanto estavam fazendo a atividade. Por exemplo: “tem triângulo que os três lados são iguais?”.

“Como que eu consigo fazer esse (dando um exemplo aleatório)?” Sabe, queriam saber o lado, confundiam com a altura, queriam saber o ângulo, se podia ter ângulo reto ou se não podia. Surgiram muitas questões.

São coisas que a gente não imaginava que iria aparecer. Sabe, pensávamos que eles iam desenhar e pronto, mas eles trouxeram as questões.

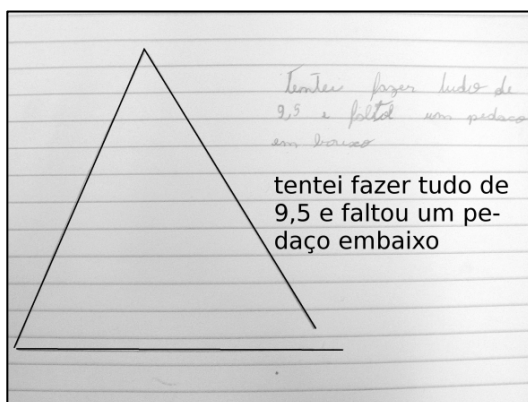
O enunciado manteve-se da mesma forma que o anterior — “*Em uma página de papel quadriculado, faça triângulos*”. Acrescentamos que eles iriam apresentá-los aos colegas e iríamos fazer um debate. Durante a aula, não apenas ouvimos e destacamos as questões feitas por eles, mas os acompanhamos em suas tentativas de solucioná-las, auxiliando-os, em alguns casos, a perceberem o que eles mesmos já tinham feito. Aproveitávamos também para socializar, com a sala toda, a dinâmica que estava estabelecida.

Quando chegávamos aos grupos, perguntávamos para os alunos o que eles estavam fazendo, e, com isso, eles começavam a explicar, a questionar e a argumentar, justificando seus registros e suas escolhas. Quando nos deparávamos com algo que considerávamos relevante e não deveria ser esquecido para o debate posterior, nós lembrávamos a todos que “*Vários de vocês estão fazendo perguntas, isso é importante. Anotem para não esquecerem depois*”. Em sintonia com Ponte e Serrazina (2000, p. 5), acreditamos que:

Usando os diversos modos de comunicação, os alunos devem explicar o significado de conceitos, fazer conjecturas, propor estratégias e soluções para os problemas, devem discutir, testar, aplicar e verificar as suas descobertas. Ao raciocinar em voz alta, desenvolvem em cooperação as ideias e o conhecimento matemático.

Na Figura 2, observamos o registro de um dos alunos que considerava a existência de triângulos equiláteros, mas não conseguia registrá-los. Nesse grupo, eles primeiramente disseram que “*de três lados do mesmo tamanho não dá*”. Respondemos: “*Ah, então, não dá!*”. Um dos alunos rebateu: “*Ah, parece que dá, mas eu não sei [desenhar]*”. Isso não ocorreu em apenas um dos grupos. Observamos que além dos desenhos em papel quadriculado, espontaneamente, várias crianças também desenhavam e anotavam em seus cadernos de folhas pautadas.

Figura 2 - Tentativa feita por um dos alunos para desenhar triângulo equilátero de lado 9,5 cm.



Fonte: Imagem editada por nós a partir do escaneamento do registro escrito do aluno Fer.

Como podemos observar na Figura 2, um aluno afirmou sua tentativa de fazer um triângulo com todos os lados de medidas iguais a 9,5 cm. Para facilitar as representações, em um dos grupos que afirmava que existia o triângulo equilátero, mas não dava certo o desenho, a primeira autora sugeriu que pegassem três objetos de mesmo tamanho, como lápis, por exemplo. Eles pegaram três giz de cera novos e rapidamente fizeram a representação de um triângulo equilátero como o queriam. Nesse caso, não mediram nem se importaram com detalhes, como a junção das pontas dos gizes ou coisa parecida. As crianças identificaram, na representação com os gizes, aquilo que pelo desenho não conseguiram.

Diante da dificuldade de desenhar triângulo equilátero, os alunos que tinham questionado a existência destes, puderam fazer experimentações e refutar sua conjectura, com o uso do material concreto. Esse episódio foi lembrado por Natália em sua narrativa escrita:

O uso do material concreto possibilitou aos alunos, naquele momento, comprovarem uma situação que estavam supondo, já que com lápis e papel não estavam conseguindo desenhar o triângulo equilátero. Com o uso dos gizes de cera, puderam comprovar que era possível formar um triângulo com os lados iguais, e isso os estimulou a continuar tentando desenhá-lo.

Como estávamos andando nos grupos separadamente, esses momentos se fizeram necessários para que dividíssemos o que estávamos presenciando, o que estava acontecendo nos grupos, e nos dava um parâmetro do desenvolvimento da atividade para que pudéssemos fazer nossas novas intervenções.

Nessa atividade dos triângulos, achávamos que por já terem realizado as atividades do “São quadrados?” e “São retângulos?”, seria uma atividade sem muitas questões, mais tranquila e rápida, mas as questões continuaram surgindo e nos surpreendendo.



Se o desenho era um recurso que atrapalhava as crianças no registro do que desejavam, por não conhecerem procedimento algum para construir triângulo equilátero, por outro lado, ao usarem os gizes de cera (como se fossem varetas), sentiram-se aliviadas em alcançar a representação esperada. O uso de material concreto manipulável permite construções, desconstruções e readequações com mais facilidade e precisão que o desenho.

Os registros das crianças foram ampliados a partir do momento em que estávamos acompanhando suas atividades nos grupos e elas tinham a oportunidade de verbalizar o que faziam; não estavam apenas registrando “o que passou”. O registro era para reflexão e para uma conversa, sendo estendido e readequado, a partir do diálogo conosco. Esses registros foram utilizados para se comunicarem com os colegas, experimentarem, contarem para nós e, posteriormente, para socialização e análise pelos demais participantes.

As opções do professor, ao distribuir materiais, podem fazer diferença na atividade dos alunos, tanto quanto as representações que ele pode incluir ou não nas tarefas. Trata-se de opções que precisam ser pensadas e analisadas em momentos de reflexão compartilhada. Tais decisões se pautam no conhecimento curricular, conforme pondera Shulman (1986), ao se referir ao arsenal de que o professor dispõe para facilitar o entendimento dos alunos sobre o que deseja ensinar.

A vivência do professor no ambiente de formação contínua, ao longo da carreira, pode promover reflexões que possivelmente fiquem adormecidas em seu cotidiano, se não forem problematizadas. Em nosso caso, oferecemos papéis quadriculados para os alunos fazerem suas representações e, de acordo com as necessidades, propusemos o uso de recursos alternativos, como os gizes de cera, para favorecer suas experimentações e representações.

Na socialização das figuras com a sala toda, foi possível perceber que os alunos tinham se convencido de que existem triângulos equiláteros, mas encontraram quase uma impossibilidade de construí-los no papel. Novamente, contaram com nosso auxílio. Explicamos como poderiam fazer para construir um triângulo equilátero, na lousa, com a participação deles. Com um segmento desenhado na posição horizontal, eles indicaram onde deveriam ficar as extremidades dos outros dois lados do triângulo, dizendo: “*no meio, no meio*” e indicaram com as mãos que estas deveriam pertencer à mediatriz do segmento desenhado.

Com isso, indicamos e nomeamos a reta perpendicular ao primeiro segmento (um lado do triângulo) pelo ponto médio, como sendo a mediatriz daquele lado do triângulo. Eles anotaram essa nova palavra e começaram a usá-la no diálogo também. Posteriormente, desenhamos outros triângulos equiláteros em diferentes posições na lousa.

O uso do vocabulário foi destacado pelas crianças, conforme observou Natália:

Ele [uma criança] tinha uns papezinhos dobrados onde ele foi escrevendo todas as palavras novas que foram surgindo. Ele foi fazendo uma coleção de palavras. Cada palavra estava saltada porque tinha uma sanfoninha. Eram as palavras que ele não conhecia ainda.

No debate, os alunos questionaram a existência de triângulos retângulos e triângulos obtusângulos (evidentemente, ainda não utilizando esta nomenclatura) e conseguiram, com nossos questionamentos, apresentar exemplos para tais figuras. Natália afirmou em sua narrativa escrita que

[...] os debates em sala me ajudaram a conhecer mais sobre as crianças, sobre o senso crítico e a capacidade de investigar que elas têm. O quanto elas são capazes de aprimorar os conhecimentos prévios que possuem e me mostrou que a promoção dos debates é uma ótima estratégia, que dá a eles oportunidade de falar, de argumentar, de contrapor hipóteses. É uma forma de construir o conhecimento com eles, de torná-lo mais significativo.

Para finalizar a atividade, nas aulas posteriores, Natália fez um texto coletivo com seus alunos, pela necessidade percebida quando ela leu os registros das crianças. Os registros dos alunos, em primeira instância, constituem material para a tomada de decisões, pois constituem um acesso aos seus conhecimentos, aos modos pelos quais eles revelam o que aprenderam.

Esta atividade consolidou a dinâmica exploratório-investigativa naquela turma, ampliando o que havia ocorrido nas aulas anteriores quanto às formas de participação dos alunos e às aprendizagens da professora. Além disso, Natália compartilhou com as demais professoras do grupo que tal modo de ensinar e aprender se estendeu para outros componentes curriculares. Para ela, como consequência dessas aulas, as crianças passaram a argumentar na forma escrita e a participar criticamente da avaliação das produções de seus colegas, o que também foi resultante de mudanças em suas próprias ações. Por ter percebido tais aprendizagens em seus alunos, Natália passou a oferecer-lhes outras oportunidades para ampliarem ainda mais a argumentação em situações orais e para analisarem os textos escritos de seus colegas:

Eu acho que com essas aulas, eles adquiriram muito a questão do argumentar na escrita. De colocar no papel o que eu aprendi. Tanto é que no projeto [nome] eles tinham que fazer o diário de bordo. É completamente diferente agora. Eles já tinham começado e mudou. Agora eles têm outra postura de escrita. Eu achei que trouxe isso para eles, porque eles não tinham hábito de fazer isso. Eu mesma, não era uma coisa que me preocupava. [...] Agora, por exemplo, eu pedi autorização deles, eu levo as redações deles, xeroco para a sala inteira para a gente corrigir junto. Aproveitando esse debate sobre o outro, um debate construtivo. Olha, podia melhorar aqui, podia fazer assim. Corrigem e ninguém dá risada. Eles começaram a respeitar muito mais. [...] Virou um debate construtivo mesmo.



Eles conseguem observar o do outro não para menosprezar, mas observar, para ver o que tem de bom, o que tem de ruim. Eles falam: “nossa, isso ele acerta, isso eu não acerto ainda”.

Na aula “São retângulos?”, as crianças iniciaram o debate e a proposição de questões nos grupos, enquanto criavam suas representações, o que ampliou as experimentações e trouxe novos elementos para o debate e para a intervenção da professora. Natália ampliou aspectos da dinâmica investigativa em matemática para outros componentes curriculares: a socialização dos trabalhos realizados, o debate de ideias e a negociação de significados.

Considerações finais

Com relação ao ensino e à aprendizagem de conteúdos geométricos, os exemplos criados pelos alunos levam-nos a reforçar a importância de não nos preocuparmos excessivamente em expor nossas representações para eles. Os episódios anteriores evidenciam que, quando os alunos são chamados a representar e a mobilizar seus conhecimentos, estes nos fornecem elementos ricos para nossa intervenção, colocando-nos na zona de risco, conforme defende Skovsmose (2000), com base nos trabalhos de Penteadó. Para Skovsmose (2000, p. 17), quando os alunos estão investigando e desenvolvendo experimentações em matemática, “o professor não pode prever que questões vão aparecer” e deixa de ter controle sobre a atividade de seus alunos.

No ensino de geometria, “mostrar quadrados” pode relacionar-se ao desenho – uma representação do conceito – e não ao conceito propriamente dito. Os desenhos são recursos e diferem do conceito (PAIS, 1996). Assim, o ensino não deve ser reduzido a casos específicos em que os alunos se apropriem dos exemplos dos professores ou de materiais didáticos como pequenas fotografias de um objeto, sem entender quais variações se podem ter no desenho, para que este represente o mesmo conceito. Conforme afirmam Nacarato e Passos (2003), os alunos não têm com clareza a ideia de que os desenhos são representações do conceito e podem tomá-lo como o próprio elemento geométrico.

As atividades envolveram análise e elaboração de representações, que favoreceram a aprendizagem, pelos alunos, de elementos conceituais das figuras planas e ampliaram seu vocabulário matemático. Tais aprendizagens foram reveladas tanto na forma escrita como oral, e as aulas também provocaram necessidades e oportunidades para a comunicação e a negociação de significados entre professora e seus alunos e entre eles mesmos. As crianças puderam mobilizar seus conhecimentos anteriores quanto ao uso da régua e analisar diversas representações de um mesmo conceito.

Para a professora Natália, a exploração-investigação matemática constituiu um cenário favorável para ensinar conteúdos de geometria para as crianças; para ampliar o conhecimento sobre elas, tomando decisões quanto



ao que é prioritário em sala de aula – conteúdos que precisam ser aprofundados, modos de favorecer a expressão escrita das crianças e o tempo a ser dedicado às atividades, em concordância com o que considera mais importante –; e quanto às implicações dessas decisões para a aprendizagem de seus alunos. Para o professor que questiona e problematiza suas práticas, os registros produzidos pelas crianças são instrumentos que favorecem reflexões e fundamentam iniciativas e ações. Tais registros encontraram as atividades exploratório-investigativas como cenário para sua produção e foram necessários para a comunicação e o apoio ao raciocínio das crianças.

Quanto às aprendizagens da professora, foi possível identificar que as atividades desenvolvidas ampliaram seu conhecimento sobre seus alunos quanto aos conteúdos de geometria e à capacidade de investigar das crianças, incluindo os modos como eles argumentam oralmente e como registram, as possibilidades de levantar hipóteses a partir do debate em sala de aula e de aprimorar as ideias matemáticas que já trazem.

No que diz respeito aos recursos materiais, os alunos puderam utilizar papel quadriculado, folha pautada (de seus cadernos) e instrumentos de medição e desenho, como as régua; e a professora pôde ampliar seus conhecimentos de como as crianças os utilizam e observar como outros materiais (a exemplo dos giz de cera) podem ser úteis nas experimentações em aulas de matemática.

A vivência da professora e de seus alunos com as dinâmicas investigativas resultou na autonomia para utilizá-las em outras situações, como nas aulas de Língua Portuguesa, nas quais eles e ela consolidaram aprendizagens anteriores e reelaboraram a própria forma de participação, resultando na ampliação de conhecimentos. Isso veio favorecer a presença de diversos elementos exploratório-investigativos no cotidiano escolar, distanciando-se de uma experiência pontual e passada, que possa ficar restrita às aulas de matemática ou à participação da pesquisadora em sala de aula.

Os episódios analisados foram significativos para advertir-nos de que é possível utilizar tarefas do tipo “Siga os exemplos”, desde que tais exemplos sejam elaborados e criados pelos próprios alunos.

Referências

ABREU, M. G. S. **Uma investigação sobre a prática pedagógica**: refletindo sobre a investigação nas aulas de matemática. Dissertação (Mestrado em Educação: Metodologia de Ensino) — Centro de Educação e Ciências Humanas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP. 2008. 192f.

BACCARIN, S. A. O. **Investigação matemática**: uma análise da sua contribuição na construção de conceitos algébricos. Dissertação (Mestrado em Educação) — Faculdade de Educação, Universidade de Brasília, Brasília. 2008. 145f.



BERTINI, L. F. **Compartilhando conhecimentos no ensino de matemática nas séries iniciais**: uma professora no contexto de tarefas investigativas. 2009. 135f. Dissertação (Mestrado em Educação: Metodologia de Ensino) — Centro de Educação e Ciências Humanas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Porto, Portugal: Porto Editora, 1999. 336p. (Coleção Ciências da Educação).

CALHAU, M. E. S. **Investigação em sala de aula**: uma proposta de atividade em salas de aula do ensino fundamental. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) — Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP. 2007. 120f.

CASTRO, J. F. **Um estudo sobre a própria prática em um contexto de aulas investigativas de Matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação) — Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP. 2004. 197p.

COSTA, J. L. **Provas e validações em geometria em um grupo de dimensão colaborativa**. Dissertação (Mestrado em Educação) — Universidade São Francisco, Itatiba, SP. 2008. 166p.

CRISTOVÃO, E. M. Investigando, começamos a aprender a investigar. In: FIORENTINI, D.; CRISTOVÃO, E. M. (Org.). **História e investigação de/em aulas de matemática**. Campinas/SP: Alínea, 2006. p. 153–172.

DÉCHEN, T. **Tarefas exploratório-investigativas para o ensino de álgebra na sexta série do ensino fundamental**: indícios de formação e desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébricos. Dissertação (Mestrado em Educação: Metodologia de Ensino) — Centro de Educação e Ciências Humanas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP. 2008. 126f.

FIORENTINI, D. Grupo de sábado: uma história de reflexão, investigação e escrita sobre a prática escolar em matemática. In: FIORENTINI, D.; CRISTOVÃO, E. M. (Org.). **Histórias e investigação de/em aulas de matemática**. Campinas, SP: Alínea, 2006. p. 13–36.

FISCHBEIN, E. The Theory of Figural Concepts. **Educational Studies in Mathematics**, v. 24, n. 2, p. 139–162, 1993.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. 31. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996. 148p. (Coleção Leitura).



FREIRE, P.; FAUNDEZ, A. **Por uma pedagogia da pergunta**. 5. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1985. 158p. (Coleção Educação e comunicação, v. 15).

FREITAS, M. T. M.; FIORENTINI, D. As possibilidades formativas e investigativas da narrativa em educação matemática. **Horizontes**, Bragança Paulista, v. 25, p. 63-67, 2007.

GARNICA, A. V. M. História oral e educação matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. p. 77–98.

GOMES, A. A. M. **Aulas investigativas na educação de jovens e adultos (EJA): o movimento de mobilizar-se e apropriar-se de saber(es) matemático(s) e profissional(is)**. Dissertação (Mestrado em Educação) — Universidade São Francisco, Itatiba, SP. 2007, 189 p.

LAMONATO, M. **Investigando geometria: aprendizagens de professoras da Educação Infantil**. Dissertação (Mestrado em Educação: Metodologia de Ensino) — Programa de Pós-Graduação em Educação, Centro de Educação e Ciências Humanas da Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP, 2007. 244p.

LIMA, C. N. M. F. de. **Investigação da própria prática docente utilizando tarefas exploratório-investigativas em um ambiente de comunicação de idéias matemáticas no ensino médio**. Dissertação (Mestrado em Educação) — Universidade São Francisco, 2006. 220p.

MACENA, M. M. M. **Contribuições da investigação em sala de aula para uma aprendizagem das secções cônicas com significado**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) — Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, RN, 2007. 162f.

NACARATO, A. M.; PASSOS, C. L. B. **A Geometria nas séries iniciais: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores**. São Carlos: EdUFSCar, 2003. 152p.

NACARATO, A. M.; PAIVA, M. A. V. A formação do professor que ensina matemática: estudos e perspectivas a partir das investigações realizadas pelos pesquisadores do GT 7 da SBEM. In: NACARATO, A. M.; PAIVA, M. A. V. (Org.). **A formação do professor que ensina matemática: perspectivas e pesquisas**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p. 7–26.

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. S.; PASSOS, C. L. B. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender**.



Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2009. 160p. (Tendências em Educação Matemática).

PAIS, L. C. Intuição, experiência e teoria geométrica. **Zetetiké**, v. 4, n. 6, p. 65–74, jul./dez. 1996.

PLACCO, V. M. N. S.; SOUZA, V. L. T. **Aprendizagem do adulto professor**. São Paulo: Loyola, 2006. 94p.

PONTE, J. P.; SERRAZINA, L. **Didáctica da Matemática para o 1º ciclo do ensino básico**. Lisboa: Universidade Aberta, 2000.

PONTE, J. P.; OLIVEIRA, H.; BRUNHEIRA, L.; VARANDAS, J. M.; FERREIRA, C. O trabalho do professor numa aula de investigação matemática. **Quadrante**, v. 7, n. 2, p. 41-70, 1998. Disponível em:
<[http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/98-Ponte-etc\(Quadrante-MPT\).doc](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/98-Ponte-etc(Quadrante-MPT).doc)>. Acesso em: 08 maio 2005.

SHULMAN, L. S. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, n. 14, p. 66–91, 2000.

Enviado em: 05-04-2012

Aceito em: 23-05-2012